

中国和新加坡小学数学教科书“统计与概率”例习题难度比较

○ 吉 欢, 吴 骏

(云南师范大学 初等教育学院, 云南 昆明 650092)

摘 要: 以中国人教版与新加坡 TM 版小学数学教科书中的“统计与概率”例习题为研究对象, 从例习题的背景、数学认知、运算、推理、知识综合五个因素进行比较研究。结果发现: 人教版教科书例习题在背景、数学认知、知识综合三个因素上高于 TM 版教科书, 在运算因素上低于 TM 版教科书, 两版教科书例习题在推理因素上持平; 对相关雷达图的分析表明, 两版教科书的例习题最注重的是数学认知因素, 其次是背景因素, 接着是运算和知识综合因素, 最后是推理因素。

关 键 词: 中国; 新加坡; 数学教科书; “统计与概率”例习题; 综合难度; 小学数学

中图分类号: G623.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-0916(2022)01-0114-06

一、问题的提出

“统计与概率”是小学数学课程内容四大领域之一, 在小学数学教科书中占有举足轻重的地位。对教科书中的“统计与概率”例习题及其难度水平的比较研究越来越受到学者们的重视。例如: 构建六因素多水平统计习题难度测量模型, 对中国大陆、日本和中国台湾现行高中数学教科书中“统计”部分习题进行比较研究^[1]; 基于鲍建生建构的综合难度模型, 对中日两个国家两版教科书中的“统计与概率”例题进行具体分析^[2]; 从内容广度、内容深度习题难度方面对德国 Das Zahlenbuch 和我国人教版小学数学 4 年级教科书进行比较分析^[3]; 以中国人教版与日本东京版小学数学教科书中“分数”的例题为研究对象, 从数量、题型、综合难度三方面进行比较研究^[4]; 采用鲍建生的数学课程综

合难度模型, 从要求水平、展现背景、包含的知识点数量三个维度对人教版和新世纪版小学数学教科书中“数的认识”的例习题进行比较研究^[5]。鉴于目前还没有针对中国人教版和新加坡 TM 版小学数学教科书综合难度的比较研究, 笔者选取这两版教科书中“统计与概率”例习题为研究对象, 采用王建磐和鲍建生构建的数学课程难度模型, 从背景、数学认知、运算、推理、知识综合五个因素进行比较研究, 以推断两版教科书“统计与概率”例习题的难易程度。

二、研究设计

(一) 研究对象

中国人民教育出版社 2014 年出版的小学数学教科书 (以下简称“人教版”) 和新加坡 Star Publishing 出版的小学数学教科书 *Targeting Mathematics* (以下简称“TM 版”)。两版教科书

收稿日期: 2021-06-29

基金项目: 云南省研究生优质课程“小学课程与教材研究”建设项目、云南师范大学研究生核心课程“小学课程与教材研究”建设项目(YH2020-C12)。

作者简介: 吉欢(1995—), 女, 云南师范大学初等教育学院硕士研究生, 主要从事小学教育(数学)研究。

通讯作者: 吴骏(1968—), 男, 云南师范大学初等教育学院教授, 博士, 博士生导师, 主要从事数学文化、小学数学教育研究。

均由国家教育行政部门审定且使用较为广泛。

(二)研究方法

2002年,鲍建生构建五因素多水平模型^[6],此模型常被用来比较数学问题的综合难度。2014年,王建磐、鲍建生等对原有的综合难度模型进行修正^[7](表1)。本研究即采用修正后的五因素多水平模型进行研究:首先,

对中新小学数学教科书例习题在每个因素上的水平进行分析;其次,利用公式,计算中新小学数学教科书中的题目在每个因素上的加权平均;最后,利用加权平均值绘制出反映中新小学数学教科书例习题综合难度的五边形模型即雷达图,再根据雷达图对例习题的综合难度进行分析。

表1 数学例习题难度因素与水平

难度因素	水平1	水平2	水平3	水平4
背景	无背景	个人生活	公共常识	科学情境
数学认知	操作	概念	领会—说明	分析—探究
运算	无运算	数值运算	简单符号运算	复杂符号运算
推理	无推理	简单推理	复杂推理	
知识综合	一个知识点	两个知识点	三个知识点	

$$d_i = \frac{\sum_j n_{ij}d_{ij}}{n} (i = 1,2,3,4,5; j = 1,2,\cdots)$$

其中, d_i 为第*i*个难度因素上的加权平均值, d_{ij} 为第*i*个难度因素的第*j*个水平的权重; n_{ij} 则表示这套教科书例习题中属于第*i*个难度因素的第*j*个水平的题目的个数, n 教科书中例习题的总数。显然,对任何*i*,都有 $\sum_j n_{ij} = n$ 。

本文基于中国人教版和新加坡 TM 版两个版本小学数学教科书的文本材料,主要采用文本分析法和比较研究法进行研究。

三、研究结果

(一)例习题难度因素数据统计

统计两个版本小学数学教科书“统计与概率”例习题在五个难度因素下的百分比和加权平均,得到各因素难度水平的统计数据(表2)。

表2 两版教科书“统计与概率”例习题各难度因素及其水平统计

难度因素	等级水平	例习题数量/个		所占比例/%		加权平均	
		人教版	TM 版	人教版	TM 版	人教版	TM 版
背景	无背景	10	10	9.01	8.85	2.51	2.48
	个人生活	49	46	44.15	40.71		
	公共常识	37	50	33.33	44.25		
	科学情境	15	7	13.51	6.19		
数学认知	操作	3	2	2.70	1.77	3.11	2.97
	概念	10	16	9.01	14.16		
	领会—说明	70	78	63.06	69.03		
	分析—探究	28	17	25.23	15.04		
运算	无运算	86	30	77.48	26.55	1.23	1.73
	数值运算	25	83	22.52	73.45		
	简单符号运算	0	0	0	0		
	复杂符号运算	0	0	0	0		
推理	无推理	100	99	90.09	87.61	1.15	1.15
	简单推理	5	11	4.50	9.74		
	复杂推理	6	3	5.41	2.65		
知识综合	一个知识点	41	55	36.94	48.67	1.74	1.58
	两个知识点	58	51	52.25	45.13		
	三个知识点	12	7	10.81	6.20		

(二)例习题难度因素比较分析

根据表 2 中的统计数据,首先从难度特征的角度对两版小学数学教科书“统计与概率”例习题进行分析,然后从综合难度角度进行比较。

1. 背景因素。两版教科书例习题在背景因素四个水平的具体情况见表 3 和图 1。

表 3 两版教科书例习题背景因素统计 个

版本	无背景	个人生活	公共常识	科学情境
人教版	10	49	37	15
TM 版	10	46	50	7

检验结果: $\chi^2 = 4.929, df = 3, Sig. = 0.179$ 。

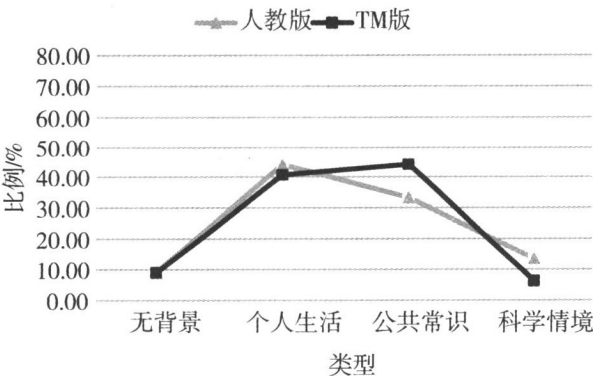


图 1 两版教科书“统计与概率”例习题背景因素统计

对两版教科书例习题在背景因素上的情况进行卡方检验,发现 $P = 0.179 > 0.05$,说明两版教科书在背景因素上不存在显著性差异;两版教科书的例习题都有实际背景,而且在背景因素上属于“个人生活”“公共常识”的占绝大部分,这两个水平的百分比加起来均在 70% 以上,这表明两版教科书均注重联系学生的生活实际,让学生感受数学与生活的密切联系,且与小学生的认知水平、课程标准相关要求相符。但是,两版教科书的例习题属于“科学情境”的较少,尤其是新加坡 TM 版教科书,仅占 6.19%。

2. 数学认知因素。两版教科书例习题在数学认知因素四个水平的具体情况见表 4 和图 2。

表 4 两版教科书例习题数学认知因素统计 个

版本	操作	概念	领会—说明	分析—探究
人教版	3	10	70	28
TM 版	2	16	78	17

检验结果: $\chi^2 = 4.688, df = 3, Sig. = 0.207$ 。

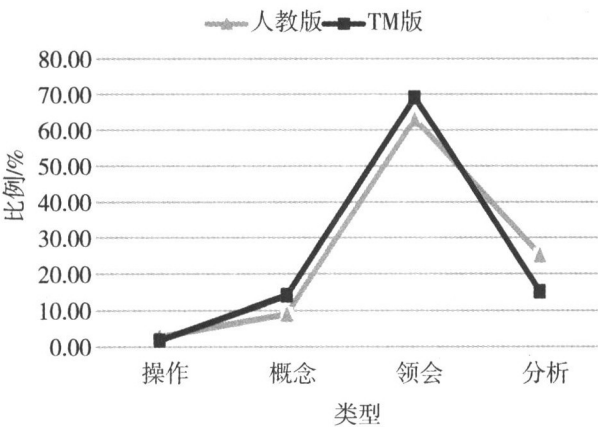


图 2 两版教科书“统计与概率”例习题数学认知因素统计

对两版教科书例习题在数学认知因素上的情况进行卡方检验,发现 $P = 0.207 > 0.05$,说明两版教科书在数学认知因素上不存在显著性差异。人教版教科书和 TM 版教科书的例习题属于“领会”水平的百分比均占 60% 以上,尤其是 TM 版教科书接近 70%,而两版教科书都是在最低层次操作水平的例习题最少,这也与“统计与概率”例习题自身的特点有关的,同时表明学生对“统计与概率”这部分知识的学习,要注重领会和分析相关知识点,并将其运用于习题中,这样才能更好地锻炼他们的思维能力和探究能力。

3. 运算因素。两版教科书例习题在运算因素四个水平的具体情况见表 5 和图 3。

表 5 两版教科书“统计与概率”例习题运算因素统计 个

版本	无运算	数值运算	简单符号运算	复杂符号运算
人教版	86	25	0	0
TM 版	30	83	0	0

检验结果: $\chi^2 = 58.169, df = 1, Sig. = 0.000$ 。

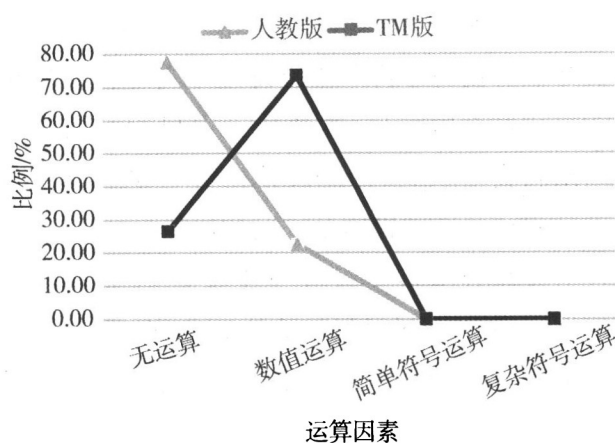


图3 两版教科书“统计与概率”例习题运算因素统计

对两版教科书例习题在运算因素上的情况进行卡方检验,发现 $P = 0.000 < 0.01$,说明两版教科书在运算因素上存在着显著性差异,这主要体现在无运算和数值运算两个水平上。人教版教科书在运算因素上属于“无运算”的占绝大部分,百分比在75%以上;属于“数值运算”的稍多,占22.52%,而且这个水平上的例习题基本是关于平均数方面的知识,其他方面的内容就很少用到数值运算。TM版教科书在运算因素上属于“数值运算”的占绝大部分,百分比在72%以上,主要是由于TM教科书用到数值运算的不仅是关于平均数方面的知识,而且在统计图表相关知识上也会用到;属于“无运算”的稍多,占26.55%。另外,两版教科书的例习题在运算因素上都未涉及“简单符号运算”和“复杂符号运算”。对于“统计与概率”这部分内容,更多的是强调在学习过程中培养学生的统计思想和随机思想,发展学生的数据分析能力,而不是强调数值计算方面的能力,所以这与“统计与概率”这部分内容的要求也是一致的。

4. 推理因素。两版教科书例习题在推理因素三个水平的具体情况见表6和图4。

表6 两版教科书“统计与概率”

例习题推理因素统计				个
版本	无推理	简单推理	复杂推理	
人教版	100	5	6	
TM版	99	11	3	

检验结果: $\chi^2 = 3.237, df = 2, Sig. = 0.202$ 。

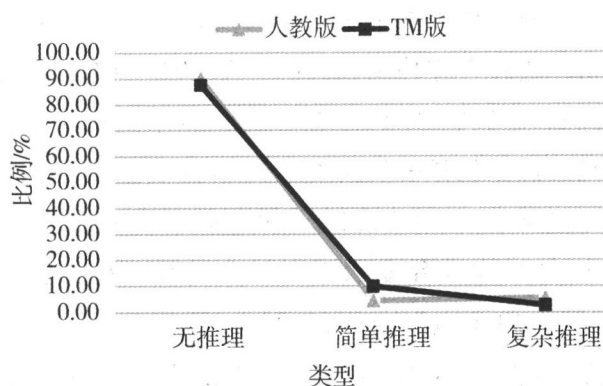


图4 两版教科书“统计与概率”例习题推理因素统计

对两版教科书例习题在推理因素上的情况进行卡方检验,发现 $P = 0.202 > 0.05$,说明两版教科书在推理因素上不存在显著性差异。两版教科书的例习题在推理因素上均为“无推理”占绝大部分,百分比在85%以上,尤其是人教版教科书占到90%以上,“统计与概率”这部分内容的例习题,注重观察和分析统计图表中的数据,利用数据来解决问题,很少会用到推理。两版教科书的例习题属于“简单推理”和“复杂推理”的都较少,人教版教科书属于“简单推理”的仅占4.5%,TM版教科书的属于“简单推理”的仅占9.74%,而两版教科书属于“复杂推理”的都在6%以下。

5. 知识综合因素。两版教科书例习题在知识综合因素三个水平的具体情况见表7和图5。

表7 两版教科书“统计与概率”例习题

知识综合因素统计				个
版本	一个知识点	两个知识点	三个知识点	
人教版	41	58	12	
TM版	55	51	7	

检验结果: $\chi^2 = 3.789, df = 2, Sig. = 0.150$ 。

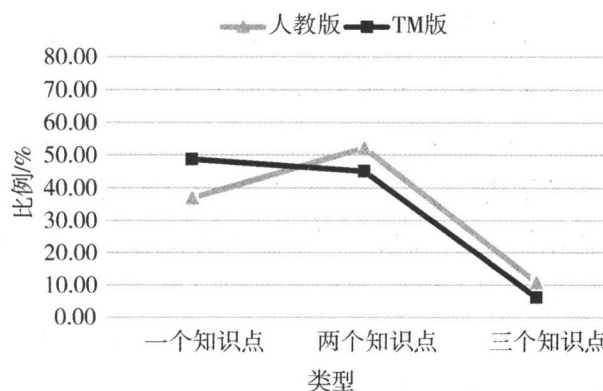


图5 两版教科书“统计与概率”例习题知识综合因素统计

对两版教科书例习题在知识综合因素上的情况进行卡方检验,发现 $P = 0.202 > 0.05$,说明两版教科书在知识综合因素上不存在显著性差异。两版教科书的例习题在知识综合因素上都是以属于“一个知识点”和“两个知识点”的为主,知识综合程度都不高。人教版教科书属于“两个知识点”的占 52.25%,属于“一个知识点”的占 36.94%;TM 版教科书属于“一个知识点”的和属于“两个知识点”的较为均衡,都是在 45% 左右。两版教科书的例习题属于“三个知

识点”的都较少,尤其是 TM 版教科书仅占 6.20%。在例习题中适当设置一些含有多个知识点相结合的题目,能够在一定程度上加深学生对相关知识点的理解,并让学生在解决问题的过程中体会知识体系之间的联系。

6. 综合难度。为进一步探讨两版教科书“统计与概率”例习题综合难度水平,分别计算两者的难度因素的加权平均值,具体数据见表 8。

表 8 两版教科书“统计与概率”例习题加权平均值汇总

版本	背景	数学认知	运算	推理	知识综合
人教版	2.51	3.11	1.23	1.15	1.74
TM 版	2.48	2.97	1.73	1.15	1.58

根据表 8 得到反映两版教科书“统计与概率”例习题综合难度的雷达图,见图 6。

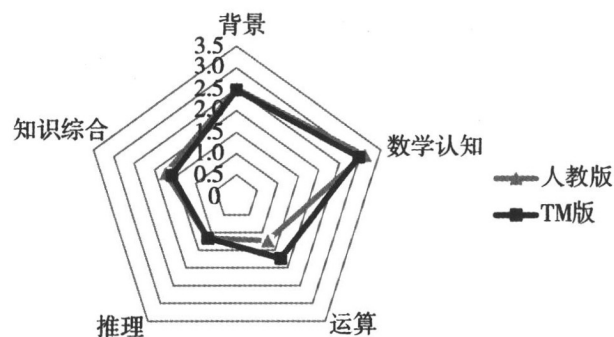


图 6 两版教科书“统计与概率”例习题综合难度的雷达图

从图 6 可以看出,两版教科书“统计与概率”的例习题综合难度:在背景因素上,人教版教科书高于 TM 版教科书;在数学认知因素上,人教版教科书高于 TM 版教科书;在运算因素上,TM 版教科书高于人教版教科书;在推理因素上,人教版教科书与 TM 版教科书持平;在知识综合因素上,人教版教科书高于 TM 版教科书。总的来看,两版教科书最注重的是数学认知因素,均达到 3 左右,其次是背景因素,达到 2.5 左右,接着是运算和知识综合因素,在 1.2 到 1.8 之间,最后是推理因素,都是 1.15,这也说明两版教科书更重视联系学生生活实际,让学生

理解和领悟相关知识,锻炼学生的思维能力和解决问题的能力,培养学生的统计思想和数据分析观念。

四、启示

通过对中新两版小学数学教科书“统计与概率”例习题难度进行比较研究,可以得到一些启示。

(一) 增强例习题背景水平的丰富性

例习题的背景能够突出数学与生活和其他学科的联系,让学生更好地学习和理解相关知识。比较分析后发现,在背景因素上,两版教科书都过多关注“个人生活”和“公共常识”两方面,而其他方面的背景因素涉及较少。因此,建议人教版教科书在以后修订时适当增加“统计与概率”内容和其他方面内容的联系,尤其与科学情境等方面的联系,以进一步丰富例习题的内容,增强学生运用“统计与概率”知识解决现实生活及其他学科问题的意识和能力。

(二) 增加例习题运算和推理的难度水平

发展学生的运算能力和推理能力是小学数学课程标准的要求。在小学阶段,相比其他

领域的知识,“统计与概率”知识较为抽象,因此这部分内容的编排要注重从学生的角度出发,重视对学生的运算能力和推理能力的培养。比较发现,人教版教科书在“统计与概率”例习题的“运算”和“推理”两方面重视度不够,尤其在“运算”方面低于TM版教科书,尽管这样的安排有其合理性,但不能很好地发展学生的运算能力和推理能力,容易导致学生对“统计与概率”内容理解不够透彻。因此,建议人教版教科书今后修订时提高运算和推理的难度。

(三)提高例习题综合难度

例习题的综合难度在一定程度上影响着教学效果和学习效果,在例习题的综合难度设置上应着眼于学生的“最近发展区”,确保教科书中的例习题能够很好地促进学生的学习和发展。由以上分析可知,人教版教科书和TM版教科书在“统计与概率”例习题上的综合难度都不太高。因此,人教版教科书今后修订时应进一步按照课程标准的要求,考虑学生的年龄特征、认知水平以及各方面的制约因素,使这五个难度因素在“统计与概率”例习题中处于一种平衡的状态。而任课教师在教学中也

要综合考虑各方面的因素,并根据学生的具体情况适当调整“统计与概率”例习题的综合难度。

参考文献:

- [1] 覃淋.“中国大陆”“日本”和“中国台湾”高中数学教科书统计习题难度比较研究[J].数学教育学报,2019(1):55-60.
- [2] 李雪.中日小学数学教科书“统计与概率”领域对比研究[D].吉林:北华大学,2020.
- [3] 巩子坤,何声清,王瑜,等.中德两国小学数学教科书难度比较研究——以德国 Das Zahlenbuch 和我国人教版数学教科书为例[J].外国中小学教育,2014(11):49-56.
- [4] 尹梅,代钦.中日小学数学教科书中分数例题难度比较研究——以“人教版”和“东京版”为例[J].内蒙古师范大学学报(教育科学版),2019(3):88-92.
- [5] 和小军,毋翠玲.“数的认识”教科书例习题难度比较研究——以人教版与新世纪版小学数学为例[J].内蒙古师范大学学报(教育科学版),2018(5):107-113.
- [6] 鲍建生.中英两国初中数学期望课程综合难度的比较[J].全球教育展望,2002(9):48-52.
- [7] 王建磐,鲍建生.高中数学教科书中例题的综合难度的国际比较[J].全球教育展望,2014(8):101-110.

[责任编辑 尘外]

(上接第78页)

- [3] 库恩.科学革命的结构[M].李宝恒,纪树立,译.上海:上海科技出版社,1980:4.
- [4] A N Whitehead. Process and Reality[M]. New York: Macmillan, 1929:30.
- [5] 刘仲林.中西会通创造学[M].天津:天津人民出版社,2017:34.
- [6] 波普尔.猜想与反驳[M].傅季重,纪树立,周昌忠,等译.上海:上海译文出版社,1986:316.
- [7] 波普尔.科学发现的逻辑[M].查汝强,邱仁宗,译.北京:科学出版社,1986:16.
- [8] J. 洛西.科学哲学历史导论[M].邱仁宗,金吾伦,林夏水,等译.武汉:华中工学院出版社,1982:130.

[责任编辑 尘外]